قسم: 3 رياضيات-تقني رياضي.

المادة: رياضيات.

القسمة في Ž. من الصفر الى الاحتراف.

سلسلة تمارين – 01-

تمرين 01:

نعتبر الأعداد الطبيعية a, b و c حيث $a=2016$ ، $b=1437$ و $c=1954$

1) عيّن باقي القسمة الإقليدية لكل من الأعداد a ، b و c على 5.

2) استنتج باقي القسمة الإقليدية لكل من الأعداد : $a+b+c$ ، $a\times b\times c$ و b^4 على 5.

3) أ) تحقق أنّه من أجل كل عدد طبيعي n ، $b^{4n}\equiv 1[5]$.

ب) استنتج أنّ العدد $b^{2016}-1$ يقبل القسمة على 5.

الحل المفصل على القناة.
Chaine youtube:
Prof-AhmedTrir

4) أ) تحقّق أنّ: $c\equiv -1[5]$.

ب) بيّن أنّ: $c^{1438}+c^{2017}\equiv 0[5]$.

تمرين 02:

a و b عددان طبيعيان حيث $b=2006$ ، $a=1428$

1/ أ) عين باقي القسمة الإقليدية للعدد a على 9

ب) بيّن أن : $b\equiv -1[9]$

جـ) هل العددان a و b متوافقان بترديد 9 ؟ برّر إجابتك .

2/ أ) ما هو باقي قسمة العدد $(a+b^2)$ على 9 ؟

ب) استنتج باقي قسمة $(a+b^2)$ على 3

تمرين 03:

a ، b و c أعداد صحيحة بحيث باقي القسمة الإقليدية للعدد a على 7 هو 3 ، باقي القسمة الإقليدية للعدد b على 7 هو 4 وباقي القسمة الإقليدية للعدد c على 7 هو 6 .

1- عيّن باقي القسمة الإقليدية على 7 لكلّ من العددين: $a\times b$ ، a^2-b^2.

BAC 2020

2- أ) أثبت أنّه من أجل كل عدد طبيعي n : $c^{2n}\equiv 1[7]$.

ب) تحقق أنّ $48\equiv 6[7]$ ثم استنتج باقي القسمة الإقليدية لكل من العددين:

48^{2010} و 48^{2011} على 7.

تمرين 04:

1) أ) عيّن باقي القسمة الإقليدية لكل من الأعداد 4، 4^2 و 4^3 على 9.

ب) بيّن أنّ: من أجل كل عدد طبيعي n، $4^{3n}\equiv 1[9]$.

جـ) استنتج أنّ: من أجل كل عدد طبيعي n ، $4^{3n+1}\equiv 4[9]$.

2) تحقّق أنّ: $2020^{1438}\equiv 4[9]$.

3) بيّن أنّ العدد $(2020^{1438}-2017^2+1995)$ يقبل القسمة على 9.

تمرين 05:

ليكن العدد الطبيعي $a = 25$

1. أ- تحقق ان : $a \equiv 1[3]$

ب- استنتج باقي القسمة الإقليدية للعدد $2a^2 + 4$ على 3

ج - بيّن أن : $a^{360} - 5 \equiv 2[3]$

2. أ) ادرس ، حسب قيم العدد الطبيعي n، بواقي قسمة العدد 5^n على 3

ب) عيّن قيم العدد الطبيعي n بحيث : $5^n + a^2 \equiv 0[3]$

تمرين 06:

عيّن الاقتراح الصحيح الوحيد ، مع التعليل ، من بين الاقتراحات الثلاثة في كل حالة من الحالات الأربع الآتية:

1) إذا كان a عددا صحيحا حيث: $a \equiv -1[5]$ فإن:

أ) $a \equiv 2[5]$ ب) $a \equiv 6[5]$ ج) $a \equiv 99[5]$

2) باقي القسمة الإقليدية للعدد -99 على 7 هو:

أ) -1 ب) 6 ج) 1

3) من أجل كل عدد طبيعي n، العدد $10^n - 1$ يقبل القسمة على:

أ) 3 ب) 5 ج) 2

4) مجموع كل ثلاثة أعداد طبيعية متعاقبة هو دوماً:

أ) عدد زوجي ب) مضاعف للعدد 3 ج) مضاعف للعدد 4

تمرين 07:

a و b عددان صحيحان حيث: $a \equiv 2[7]$ و $b \equiv 6[7]$.

1- عيّن باقي القسمة الإقليدية للعدد $3a + b$ على 7.

2- عيّن باقي القسمة الإقليدية للعدد $a^2 + 3b^2$ على 7.

3- أ) تحقّق أنّ: $b \equiv -1[7]$.

ب) استنتج باقي القسمة الإقليدية لكلّ من العددين b^{2013} و b^{1434} على 7.

4- عيّن الأعداد الطبيعية n بحيث: $(a+b)^n + n \equiv 0[7]$.

الحل المفصل على القناة.
Chaine youtube:
Prof-AhmedTrir

تمرين 08:

1- هل العددان 2013 و 718 متوافقان بترديد 7 ؟

2- أ) عيّن باقي القسمة الإقليدية للعدد 4^6 على 7 .

ب) استنتج أنّه، من أجل كل عدد طبيعي n : $4^{6n}-1\equiv 0[7]$.

3- أ) عيّن باقي القسمة الإقليدية لكل من العددين 2013 و 718 على 7 .

ب) بيّن أنّه، من أجل كل عدد طبيعي n، العدد $3\times 718^{6n}+2013$ يقبل القسمة على 7.

4- أ) تحقّق أنّ: $1434\equiv -1[7]$.

ب) عيّن الأعداد الطبيعية n، الأصغر من 25، بحيث: $1434^{2n}+n\equiv 0[7]$.

تمرين 09:

1) عيّن باقي القسمة الإقليدية لكل من الأعداد 2^0، 2^1 ، 2^2 ، 2^3 و 2^4 على العدد 5 .

2) أ) بيّن أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي n يكون : $2^{4n}\equiv 1[5]$.

ب) استنتج باقي القسمة الإقليدية للعدد 2^{2016} على العدد 5 .

3) عيّن قيم العدد الطبيعي n بحيث يكون : $2^{2016}+2+n\equiv 0[5]$.

تمرين 10:

1) أ) عيّن باقي القسمة الإقليدية للعدد 4^3 على 9 .

ب) استنتج أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي k : $4^{3k}\equiv 1[9]$.

ج) ادرس حسب قيّم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعدد 4^n على 9 .

د) عيّن باقي القسمة الإقليدية للعدد 2015^{2016} على 9 .

2) أ) بيّن أنّه من أجل كل عدد طبيعي n: $8^{2n}\equiv 1[9]$.

ب) عيّن الأعداد الطبيعي n بحيث يكون العدد $8^{2n}+4^n+1$ مضاعفاً للعدد 9 .

تمرين 11:

a و b عددان صحيحان حيث: $a\equiv 14[13]$ و $b\equiv -1[13]$.

1) أ) بيّن أنّ باقي القسمة الإقليدية للعددين a و b على 13 هو 1 و 12 على الترتيب .

ب) استنتج باقي القسمة الإقليدية لكل من $a+b$ ، $a-b$ و $2a+b^2$ على 13 .

2) بيّن أنّ العدد $a^{1438}+b^{2017}$ يقبل القسمة على 13.

3) عيّن الأعداد الطبيعية n بحيث : $b^{2017}+n+1438\equiv 0[13]$.

تمرين 12:

1) ادرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي قسمة 2^n على 5 .

2) عيّن العدد الطبيعي a بحيث يكون: $2018 = 4a + 2$.

3) بيّن أنّ العدد: $2^{2018} + 2017^8 - 5$ يقبل القسمة على 5.

4) أ) تحقّق أنّه من أجل كل عدد طبيعي n : $12^n \equiv 2^n [5]$ و $(-3)^n \equiv 2^n [5]$.

ب) عيّن قيم العدد الطبيعي n بحيث: $12^n + (-3)^n - 4 \equiv 0[5]$.

تمرين 13:

a و b عددان طبيعيان غير معدومين حيث $a = 4b + 6$.

1) عيّن باقي القسمة الإقليدية للعدد a على 4 .

2) بيّن أنّ a و b متوافقان بترديد 3 .

3) نضع $b = 489$.

أ) تحقّق أنّ $a \equiv -1[13]$.

ب) استنتج باقي القسمة الإقليدية للعدد $a^{2018} + 40^{2968}$ على 13 .

ج) عيّن قيم العدد الطبيعي n حتى يكون العدد $a^{2n} + n + 3$ قابلا للقسمة على 13 .

تمرين 14:

1 ــ احسب باقي قسمة كل من $3^2, 3^3, 3^4, 3^5, 3^6$ على 7.

2 ــ عين باقي قسمة كل من : 3^{6n} و 3^{6n+4} على 7 حيث n عدد طبيعي غير معدوم.

استنتج باقي قسمة 3^{2008} على 7.

3 ــ بين أن العدد :

$3 \times 3^{6n+4} - 2 \times 3^{6n} + 4$ يقبل القسمة على 7 من أجل كل عدد طبيعي n.

تمرين 15:

a ، b و c ثلاثة أعداد طبيعية حيث $a \equiv -5[7]$ ، $b = 1966$ و $c = 2017$

1) عيّن باقي القسمة الإقليدية لكل من الاعداد a ، b و c على 7.

2) تحقق أنّ: $b \equiv -1[7]$.

3) اثبت أنّ العدد: $b^{2017} + 3 \times c^{1438} - 2$ يقبل القسمة على 7.

4) تحقّق أنّ: من أجل كل عدد طبيعي k ، $2^{3k} \equiv 1[7]$ ثم استنتج أن : $2^{3k+1} \equiv 2[7]$ و $2^{3k+2} \equiv 4[7]$.

5) عيّن قيم العدد الطبيعي n حتى يكون $2^n + 3$ قابلا للقسمة على 7.

تمرين 16:

a و b عددان طبيعيان حيث: $a = 2010$ و $b = 1431$.

1. أ- عيّن باقي القسمة الإقليدية لكل من العددين a و b على 7.

ب- استنتج مما سبق ، باقي القسمة الإقليدية للعدد $(a+2b)$ على 7.

جـ- تحقّق أنّ $a^3 \equiv 1[7]$ و $b^3 \equiv 6[7]$ واستنتج أنّ $a^3 + b^3 \equiv 0[7]$.

2. أوجد الأعداد الطبيعية n التي تحقق : $n + 2010^3 \equiv 1431[7]$.

ثمّ استنتج قيم n الأصغر من أو تساوي 16.

تمرين 17:

1) أدرس تبعا لقيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعدد 7^n على 9.

2) عيّن باقي القسمة الإقليدية للعدد:

$\left(1429^{2009} + 2008^{1430}\right)$ على 9

3) بيّن أن العدد A حيث:

$A = 7^{3n} + 7^{3n+1} + 7^{3n+2} + 6$ يقبل القسمة على 9 من أجل كل عدد طبيعي n.

تمرين 18:

نعتبر العددين الطبيعيين a و b حيث: $a = 619$ و $b = 2124$

1. بيّن أنّ العددين a و b متوافقان بترديد 5.

2. أ) بيّن أنّ: $2124 \equiv -1[5]$.

ب) استنتج باقي القسمة الإقليدية لكلّ من العددين 2124^{720} و 619^{721} على 5.

ج) بيّن أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي n فإنّ: $2124^{2n} \equiv 1[5]$.

د) عيّن قيم العدد الطبيعي n حتّى يكون: $2124^{4n} + 619^{4n+1} + n \equiv 0[5]$.

تمرين 19:

1. أدرس تبعا لقيم العدد الطبيعي n بواقي قسمة العدد 5^n على 7.
2. عين باقي القسمة الإقليدية للعدد 6^{2n} على 7.
3. عين قيم العدد الطبيعي n التي يكون من أجلها العدد $(5^n + 6^{2n} + 3)$ قابلا للقسمة على 7.

تمرين 20:

1. أدرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي قسمة العدد 5^n على 7.
2. أثبت أنّه من أجل كل عدد الطبيعي n ، العدد $(26^{6n+5}+2\times 47^{12n+2}+3)$ يقبل القسمة على 7.
3. عين قيم العدد الطبيعي n التي يكون من أجلها العدد $(26^{6n+5}+2\times 47^{12n+2}+5n)$ قابلا للقسمة على 7.

تمرين 21:

1. أدرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليمية للعدد 3^n على 10
2. استنتج باقي القسمة الإقليمية على 10 للعدد $63\times 9^{2001}-7^{1422}$
3. برهن أنّه من أجل كل عدد طبيعي n يكون : $3n\times 9^n+7^{2n+1}\equiv(n-1)\times 3^{2n+1}[10]$
4. عيّن قيم العدد الطبيعي n حتى يكون : $3n\times 9^n+7^{2n+1}\equiv 0[10]$.

تمرين 22:

1. أدرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليمية للعدد 4^n على 11
2. برهن أنّه من أجل كل عدد طبيعي n فإنّ العدد الطبيعي k حيث : $k=15^{5n+1}-2\times 26^{5n+2}+3\times 125^{5n+3}+1$ يقبل القسمة على 11
3. عيّن قيم العدد الطبيعي n بحيث : $\begin{cases}15^{5n+1}+26^{5n+2}+3n\equiv 0[11]\\ 8\leq n\leq 50\end{cases}$

تمرين 23: بكالوريا تقني رياضي 2010

1- عيّن حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعدد 10^n على 13 .
2- تحقق أن: $(10^{2008})^2+10^{2008}+1\equiv 0[13]$.
3- عيّن قيم العدد الطبيعي n بحيث يكون: $10^{2n}+10^n+1\equiv 0[13]$.

تمرين 24: بكالوريا تقني رياضي 2011

من أجل كل عدد طبيعي n نضع: $A_n=2^n+3^n+4^n+5^n+6^n$

1) تحقّق أن: $4\equiv -3[7]$ ثم بيّن أن: $A_3\equiv 6[7]$.
2) ادرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية لكل من العددين 2^n و 3^n على 7.
3) بيّن أنه إذا كان n فرديا فإن: A_n+1 يقبل القسمة على 7 واستنتج باقي القسمة الإقليدية للعدد A_{2011} على 7.
4) ما هو باقي القسمة الإقليدية للعدد A_{1432} على 7؟

الحل المفصل على القناة.
Chaine youtube:
Prof. AhmedTrir

تمرين 25: بكالوريا تقني رياضي 2012

1- ادرس، حسب قيم العدد الطبيعي n، بواقي قسمة 9^n على 11.

2- ما هو باقي قسمة العدد 2011^{2012} على 11؟

3- برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n، العدد $\left(4\times 9^{15n-1}-4\times 2011^{10n}+2011^{2012}\right)$ يقبل القسمة على 11.

4- عيّن الأعداد الطبيعية n بحيث يكون العدد $\left(2011^{2012}-2n+2\right)$ مضاعفا للعدد 11.

تمرين 26: بكالوريا تقني رياضي 2015

1) أ) عيّن، حسب قيم العدد الطبيعي n، باقي القسمة الإقليدية للعدد 8^n على 13.

ب) استنتج باقي القسمة الإقليدية للعدد $42\times 138^{2015}+2014^{2037}-3$ على 13.

2) أ) بيّن أنه من أجل كل عدد طبيعي n، $(5n+1)\times 64^n-5^{2n+3}\equiv(5n+6)8^{2n}[13]$.

ب) عيّن مجموعة قيم العدد الطبيعي n حتى يكون: $(5n+1)\times 64^n-5^{2n+3}\equiv 0[13]$.

تمرين 27: بكالوريا تقني رياضي 2017

1) بيّن أنّ: من أجل كل عدد طبيعي k، $4^{5k}\equiv 1[11]$.

2) استنتج تبعا لقيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعدد 4^n على 11.

3) بيّن أنّ: من أجل كل عدد طبيعي n، العدد $\left(2\times 2017^{5n+3}+3\times 1438^{10n}+1\right)$ يقبل القسمة على 11.

4) عيّن قيم العدد الطبيعي n التي يكون من أجلها العدد $\left(2\times 2017^{5n+2}+n-3\right)$ قابلا للقسمة على 11.

تمرين 28: بكالوريا تقني رياضي 2017

1) عيّن، حسب قيم العدد الطبيعي n، باقي القسمة الإقليدية للعدد 3^n على 5.

2) استنتج باقي القسمة الإقليدية للعدد 1437^{2017} على 5.

3) برهن أنّ: من أجل كل عدد طبيعي n، العدد $(48^{4n+3}-2\times 9^{2n+1}+1)$ مضاعف للعدد 5.

4) عيّن الأعداد الطبيعية n حتّى يكون العدد $(3^{4n}+27^n-4)$ قابلا للقسمة على 5.



القسمة في Ž. من الصفر الى الاحتراف.

سلسلة تمارين – 02-

BAC 2020

تمرين 01: بكالوريا تقني رياضي 2008-1-

n عدد طبيعي أكبر من 5.

/1 a و b عددان طبيعيان حيث $a=n-2$ و $b=2n+3$

أ - ما هي القيم الممكنة للقاسم المشترك الأكبر للعددين a و b ؟

ب - بيّن أن العددين a و b من مضاعفات 7 إذا وفقط إذا كان $n+5$ مضاعفا للعدد 7 .

ج – عيّن قيم n التي يكون من أجلها $PGCD(a;b)=7$

/2 نعتبر العددين الطبيعيين p و q حيث :

$$p=2n^2-7n-15 \quad \text{و} \quad q=n^2-7n+10$$

أ - بيّن أنّ كل من العددين p و q يقبل القسمة على $n-5$.

ب - عيّن تبعا لقيم n وبدلالة n ، $PGCD(p;q)$.

تمرين 02: بكالوريا تقني رياضي 2008-2-

نعتبر المعادلة ذات المجهولين الصحيحين x و y : $4x-9y=319$ .... (I) .

1) – تأكد أن الثنائية $(1\ ,\ 82)$ حل للمعادلة (I).

– حل المعادلة (I).

2) عين الثنائيات $(a\ ,\ b)$ الصحيحة،حلول المعادلة : $4a^2-9b^2=319$ .... (II)

3) استنتج الثنائيات (x_0,y_0) حلول المعادلة (I) بحيث x_0 و y_0 مربعين تامين.

تمرين 03: بكالوريا تقني رياضي 2009-2-

1. حل المعادلة التفاضلية: $y'=(\ln 2)y$

2. نسمي f الحل الخاص لهذه المعادلة الذي يحقق $f(0)=1$ ، عيّن عبارة $f(x)$

3. n عدد طبيعي.

أ) ادرس بواقي القسمة الإقليدية على 7 للعدد 2^n .

ب) استنتج باقي القسمة الإقليدية على 7 للعدد $f(2009)-4$.

4. أ) احسب، بدلالة n ، المجموع S_n حيث $S_n=f(0)+f(1)+...+f(n)$.

ب) عيّن قيم العدد الطبيعي n التي يقبل من أجلها S_n القسمة على 7.

تمرين 04: بكالوريا تقني رياضي 2010-1-

نعتبر العدد الطبيعي n الذي يكتب في نظام العد ذي الأساس 7 كما يلي:

$n=\overline{11\alpha 00}$ حيث α عدد طبيعي.

1- عين α حتى يكون n قابلا للقسمة على 3.

2- عين العدد α حتى يكون n قابلا للقسمة على 5.

استنتج قيمة α التي تجعل n قابلا للقسمة على 15.

3- نأخذ $\alpha=4$ اكتب العدد n في النظام العشري.

تمرين 05: بكالوريا تقني رياضي 2010-2-

1- عيّن حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعدد 10^n على 13 .

2- تحقق أن: $(10^{2008})^2+10^{2008}+1\equiv 0[13]$.

3- عيّن قيم العدد الطبيعي n بحيث يكون: $10^{2n}+10^n+1\equiv 0[13]$.

تمرين 06: بكالوريا تقني رياضي 2011-1-

أجب بصحيح أو خطأ مع التبرير في كل حالة من الحالات الآتية:

1/ المعادلة: $21x+14y=40$ لا تقبل حلولا في مجموعة الأعداد الصحيحة

2/ في نظام التعداد ذي الأساس 7 يكون: $\overline{3421}+\overline{1562}=\overline{5413}$

3/ باقي القسمة الإقليدية للعدد: $1+3+3^2+...+3^{2011}$ على 7 هو: 6

4/ الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$

أ- المستوي (ρ) الذي معادلته $2x+y-z+1=0$ والمستقيم (d) الذي يشمل النقطة $A(2;1;-1)$ و $\vec{u}(1;-1;1)$ شعاع توجيهه لا يشتركان في أية نقطة.

ب- معادلة المستوي (Q) الذي يشمل مبدأ المعلم O ويوازي المستوي (ρ) هي: $x-y+z=0$.

تمرين 07: بكالوريا تقني رياضي 2011-2-

من أجل كل عدد طبيعي n نضع: $A_n=2^n+3^n+4^n+5^n+6^n$

1) تحقّق أن: $4\equiv -3[7]$ ثم بيّن أن: $A_3\equiv 6[7]$.

2) ادرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية لكل من العددين 2^n و 3^n على 7.

3) بيّن أنه إذا كان n فرديا فإن: A_n+1 يقبل القسمة على 7 واستنتج باقي القسمة الإقليدية للعدد A_{2011} على 7.

4) ما هو باقي القسمة الإقليدية للعدد A_{1432} على 7؟



تمرين 08: بكالوريا تقني رياضي 2012-1-

1- ادرس، حسب قيم العدد الطبيعي n، بواقي قسمة 9^n على 11.

2- ما هو باقي قسمة العدد 2011^{2012} على 11؟

3- برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n، العدد $\left(4\times 9^{15n-1}-4\times 2011^{10n}+2011^{2012}\right)$ يقبل القسمة على 11.

4- عيّن الأعداد الطبيعية n بحيث يكون العدد $\left(2011^{2012}-2n+2\right)$ مضاعفا للعدد 11.

تمرين 09: بكالوريا تقني رياضي 2012-2-

نسمي (S) الجملة التالية: $\begin{cases} x\equiv 3\,[15] \\ x\equiv 6\,[7] \end{cases}$ حيث x عدد صحيح $(x\in\mathbb{Z})$.

1- بيّن أنّ العدد 153 حل للجملة (S).

2- إذا كان x_0 حلا لـ(S)، بين أنّ: (x حل لـ (S)) يكافئ $\left(\begin{cases} x-x_0\equiv 0\,[15] \\ x-x_0\equiv 0\,[7] \end{cases}\right)$

3- حل الجملة (S).

4- يريد مكتبي وضع عدد من الكتب في علب، فإذا استعمل علبا تتسع لـ15 كتابا بقي لديه 3 كتب، وإذا استعمل علبا تتسع لـ 7 كتب بقي لديه 6 كتب.

إذا علمت أنّ عدد الكتب التي بحوزته محصور بين 500 و 600 كتابا، ما عدد هذه الكتب ؟

تمرين 10: بكالوريا تقني رياضي 2013-2-

x و y عددان صحيحان و (E) المعادلة ذات المجهول $(x;y)$ التالية: $11x+7y=1$.

1) أ) عيّن $(x_0;y_0)$؛ حل المعادلة (E) الذي يحقق: $x_0+y_0=-1$.

ب) استنتج حلول المعادلة (E).

2) a و b عددان طبيعيان و S العدد الذي يحقق: $\begin{cases} S=11a+1 \\ S=7b+2 \end{cases}$.

أ) بيّن أنّ $(a;-b)$ حل للمعادلة (E).

ب) ما هو باقي القسمة الإقليدية للعدد S على 77؟

3) n عدد طبيعي باقي قسمته على 11 هو 1 وباقي قسمته على 7 هو 2 .

عيّن أكبر قيمة للعدد n حتى يكون $n<2013$.

الحل المفصل على القناة.
Chaine youtube:
Prof-AhmedTrir

تمرين 11: بكالوريا تقني رياضي 2014-2-

n و p عددان طبيعيان.

1) أدرس، حسب قيم n، بواقي القسمة الإقليدية على 16 للعدد 5^n

2) نضع: $C_n = 16n + 9$ و $D_p = 5^p$

أ) بيّن أنه إذا كان $p = 4k + 2$ حيث k عدد طبيعي، فإنه يوجد عدد طبيعي n يحقق $C_n = D_p$

بَ) عيّن n من أجل $p = 6$

3) f هي الدالة المعرفة على المجال $[0;+\infty[$ بـ: $f(x) = 5^{(4x+2)} - 9$

أدرس تغيرات الدالة f، ثم استنتج إشارة $f(x)$

4) (u_n) المتتالية المعرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي: $u_0 = 1$ و من أجل كل n من $\mathbb{N}$، $u_{n+1} = 5^4\left(u_n + \frac{9}{16}\right) - \frac{9}{16}$

أ) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n، $u_n = \frac{5^{(4n+2)} - 9}{16}$

ب) برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n، فإن u_n عدد طبيعي.

5) استنتج اتجاه تغير المتتالية (u_n)

تمرين 12: بكالوريا تقني رياضي 2015-1-

1) أ) عيّن ، حسب قيم العدد الطبيعي n ، باقي القسمة الإقليدية للعدد 8^n على 13.

ب) استنتج باقي القسمة الإقليدية للعدد $42 \times 138^{2015} + 2014^{2037} - 3$ على 13 .

2) أ) بيّن أنه من أجل كل عدد طبيعي n، $(5n+1) \times 64^n - 5^{2n+3} \equiv (5n+6)8^{2n}[13]$.

ب) عيّن مجموعة قيم العدد الطبيعي n حتى يكون: $(5n+1) \times 64^n - 5^{2n+3} \equiv 0[13]$.

تمرين 13: بكالوريا تقني رياضي 2016-1-

نعتبر المعادلة (E) ذات المجهول $(x;y)$: $6x - 7y = 19$ حيث x و y عددان صحيحان.

1) جد الحل الخاص $(x_0;y_0)$ للمعادلة (E) بحيث $x_0 = y_0$ ، ثم حل المعادلة (E).

2) استنتج قيم العدد الصحيح λ و التي تُحقق: $\begin{cases} \lambda \equiv 24[7] \\ \lambda \equiv 5[6] \end{cases}$، ثم عيّن باقي قسمة العدد λ على 42.

3) عيّن جميع الثنائيات $(x;y)$ حلول المعادلة (E) حيث: $|x + y - 1| \le 13$.

4) أ- ادرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعدد 5^n على 7.

ب- عيّن مجموعة قيم العدد الطبيعي n التي تُحقق الجملة: $\begin{cases} n - 5^n \equiv 2020[7] \\ n \equiv 1437[6] \end{cases}$.

تمرين 14: بكالوريا تقني رياضي 2017-1-

1) بيّن أنّ: من أجل كل عدد طبيعي k ، $4^{5k} \equiv 1[11]$.

2) استنتج تبعا لقيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعدد 4^n على 11.

3) بيّن أنّ: من أجل كل عدد طبيعي n ، العدد $\left(2\times 2017^{5n+3}+3\times 1438^{10n}+1\right)$ يقبل القسمة على 11 .

4) عيّن قيم العدد الطبيعي n التي يكون من أجلها العدد $\left(2\times 2017^{5n+2}+n-3\right)$ قابلا للقسمة على 11.

تمرين 15: بكالوريا تقني رياضي 2017-2-

1) عيّن، حسب قيم العدد الطبيعي n، باقي القسمة الإقليدية للعدد 3^n على 5.

2) استنتج باقي القسمة الإقليدية للعدد 1437^{2017} على 5.

3) برهن أنّ: من أجل كل عدد طبيعي n، العدد $(48^{4n+3}-2\times 9^{2n+1}+1)$ مضاعف للعدد 5.

4) عيّن الأعداد الطبيعية n حتّى يكون العدد $(3^{4n}+27^n-4)$ قابلا للقسمة على 5.

تمرين 16: بكالوريا تقني رياضي 2019-1-

(u_n) و (v_n) المتتاليتان العدديتان المعرّفتان على $\mathbb{N}$ كما يلي :

$$\begin{cases} u_0=0 \\ u_{n+1}=7u_n-18n+9 \end{cases} \quad \text{و} \quad v_n=u_n-3n+1$$

1) أثبت أنّ المتتالية (v_n) هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول.

2) اكتب v_n بدلالة n ثم استنتج u_n بدلالة n.

3) احسب بدلالة n المجموع S_n حيث : $S_n=u_0+u_1+...+u_n$.

4) أ) ادرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية لـ 7^n على 9.

ب) ما هو باقي القسمة الإقليدية على 9 للعدد $1442^{2019}+1962^{1954}+1954^{1962}$ ؟

جـ) أثبت أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي n : $6S_n-7u_n\equiv 0[9]$.

الحل المفصل على القناة.
Chaine youtube:
Prof-AhmedTrir

تمرين 17: بكالوريا تقني رياضي 2019-2-

1) نعتبر المعادلة ذات المجهول (x,y) : $5x-3y=1 .....(E)$ ، حيث x و y عددان صحيحان.

أ) تحقّق أنّ الثنائية $(6n+2\,;10n+3)$ حل للمعادلة (E) حيث n عدد طبيعي.

ب) استنتج أنّ العددين $10n+3$ و $6n+2$ أوليان فيما بينهما.

2) نضع $a=10n+3$ و $b=3n+5$ وليكن d القاسم المشترك الأكبر للعددين a و b.

أ) بيّن أنّ $d=1$ أو $d=41$.

ب) بيّن أنّه إذا كان $d=41$ فإنّ $n\equiv 12[41]$.

3) ليكن العددان الطبيعيان $A=20n^2+36n+9$ و $B=6n^2+19n+15$.

أ) بيّن أنّ العددين A و B يقبلان القسمة على $2n+3$.

ب) جد بدلالة n و حسب قيم n القاسم المشترك الأكبر للعددين A و B.

شعبة : رياضيات

تمرين 01: 2008-1-

نعتبر المعادلة (E) ذات المجهولين الصحيحين x و y حيث: $3x-21y=78$

1) أ- بيّن أنّ (E) تقبل حلولا في $\mathbb{Z}^2$.

ب- أثبت أنّه إذا كانت الثنائية (x,y) من $\mathbb{Z}^2$ حلا للمعادلة (E) فإنّ $x\equiv 5[7]$

استنتج حلول المعادلة (E).

2) أ- ادرس، حسب قيم العدد الطبيعي n ، بواقي القسمة الإقليدية للعدد 5^n على 7 .

ب- عيّن الثنائيات (x,y) من $\mathbb{N}^2$ التي هي حلول للمعادلة (E) وتحقق $5^x+5^y\equiv 3[7]$

تمرين 02: 2009-1-

x عدد طبيعي أكبر من 1 و y عدد طبيعي.

A عدد طبيعي يكتب في نظام التعداد ذي الأساس x بالشكل $A=\overline{5566}$

1) أ- أنشر العبارة $(5x^2+6)(x+1)$ ثمّ أوجد علاقة تربط بين x و y إذا علمت أنّ $A=(5x^2+6)(2+2y)$.

ب- احسب x و y إذا علمت أنّ x عدد أوّلي أصغر من 12 ، ثمّ اكتب تبعا لذلك العدد A في نظام التعداد العشري.

2) أ- عيّن الأعداد الطبيعية التي مربعاتها تقسم العدد 584.

ب- عيّن الأعداد الطبيعية a و b حيث $a>b$ التي تحقق:

$$\begin{cases} a+b=32 \\ a^2+b^2=584 \end{cases}$$

تمرين 03: -1-2010-

1. نعتبر المعادلة: (1) $7x+65y=2009$ ، حيث: x و y عددان صحيحان.

أ) بيّن أنّه إذا كانت الثنائية (x,y) حلا للمعادلة (1) فإنّ y مضاعف للعدد 7.

ب) حل المعادلة (1).

2. ادرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعدد 2^n على 9.

3. عيّن قيم العدد الطبيعي n بحيث يقبل العدد $2^{6n}+3n+2$ القسمة على 9.

4. نضع من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n=2^{6n}-1$.

أ) تحقق أنّ u_n يقبل القسمة على 9 .

ب) حل المعادلة: (2) $(7u_1)x+(u_2)y=126567$ ذات المجهول (x,y)، حيث: x و y عددان صحيحان.

ج) عيّن الثنائية (x_0,y_0) حل (2) حيث x_0 و y_0 عددان طبيعيان مع $y_0\geqslant 25$.

تمرين 04: -2-2010-

1- برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، العدد $3^{3n}-1$ يقبل القسمة على 13.

2- استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n، يقبل كل من العددين $3^{3n+1}-3$ و $3^{3n+2}-9$ القسمة على 13.

3- عيّن، حسب قيم n، باقي القسمة الإقليدية للعدد 3^n على 13، واستنتج باقي قسمة 2005^{2010} على 13.

4- نضع من أجل كل عدد طبيعي p : $A_p=3^p+3^{2p}+3^{3p}$.

أ- من أجل $p=3n$، عيّن باقي القسمة الإقليدية للعدد A_p على 13.

ب- برهن أنه إذا كان $p=3n+1$ فإن A_p يقبل القسمة على 13.

ج- عيّن باقي القسمة الإقليدية للعدد A_p على 13 من أجل $p=3n+2$.

5- يكتب العددان الطبيعيان a و b في نظام العد ذي الأساس 3 كما يلي:

$a=\overline{1001001000}$ و $b=\overline{1000100010000}$

أ- تحقق أن العددين a و b يكتبان على الشكل A_p في النظام العشري.

ب- استنتج باقي القسمة الإقليدية لكل من العددين a و b على 13 .

الحل المفصل على القناة.
Chaine youtube:
Prof-AhmedTrir

تمرين 05: -1-2011

(U_n) متتالية حسابية متزايدة تماما حدودها أعداد طبيعية تحقق:

$\begin{cases} U_4 = 15 \\ m + d = 42 \end{cases}$ حيث: $\begin{cases} m = PPCM(U_3, U_5) \\ d = PGCD(U_3, U_5) \end{cases}$

1/ عيّن الحدين U_3 و U_5 ثم استنتج U_0

2/ اكتب U_n بدلالة n، ثم بيّن أن: 2010 حد من حدود (U_n) وعيّن رتبته.

3/ عين الحد الذي ابتداء منه يكون مجموع 5 حدود متعاقبة من (U_n) يساوي 10080

4/ n عدد طبيعي غير معدوم.

أ) احسب بدلالة n المجموع S حيث: $S = U_0 + U_1 + U_2 + \dots + U_{2n}$

ب) استنتج بدلالة n المجموعين S_1 و S_2 حيث: $S_1 = U_0 + U_2 + U_4 + \dots + U_{2n}$

و $S_2 = U_1 + U_3 + U_5 + \dots + U_{2n-1}$

تمرين 06: -2-2011

1) نعتبر المعادلة : (E) ... $13x - 7y = -1$ حيث: x و y عددان صحيحان.

حل المعادلة (E).

2) عيّن الأعداد الصحيحة النسبية a بحيث: $\begin{cases} a \equiv -1[7] \\ a \equiv 0[13] \end{cases}$

3) ادرس حسب قيم العدد الطبيعي n ، بواقي القسمة الإقليدية للعدد 9^n على كل من 7 و 13.

4) ليكن العدد الطبيعي b المكتوب، في نظام التعداد ذي الأساس 9، كما يلي : $\overline{\alpha 00\beta 086}$

حيث: α و β عددان طبيعيان؛ $\alpha \neq 0$.

عيّن α و β حتى يكون b قابلا للقسمة على 91.

تمرين 07: -1-2012

1) نعتبر في $\mathbb{Z}^2$ المعادلة ذات المجهول $(x;y)$ التالية: (1) ... $2011x - 1432y = 31$.

أ- أثبت أن العدد 2011 أولي.

ب- باستعمال خوارزمية إقليدس، عيّن حلا خاصا $(x_0 ; y_0)$ للمعادلة (1)، ثم حل المعادلة (1).

2) أ- عيّن، حسب قيم العدد الطبيعي n، باقي القسمة الإقليدية للعدد 2^n على 7، ثم جد باقي القسمة الإقليدية للعدد $2011^{1432^{2012}}$ على 7.

ب- عيّن قيم العدد الطبيعي n التي من أجلها يكون: $2010^n + 2011^n + 1432^n \equiv 0[7]$.

3) N عدد طبيعي يكتب $\overline{2\gamma\alpha\beta}$ في نظام التعداد الذي أساسه 9 حيث : α، β، γ بهذا الترتيب تشكل حدودا متتابعة من متتالية حسابية متزايدة تماما و $(\beta;\gamma)$ حل للمعادلة (1).

عيّن α ، β و γ، ثم اكتب N في النظام العشري.

تمرين 08: -2-2012

(u_n) هي المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي: $u_0=16$ ومن أجل كل عدد طبيعي n، $u_{n+1}=6u_n-9$.

1) أ- احسب بواقي قسمة كل من الحدود u_0، u_1، u_2، u_3، u_4 على 7.

ب- خمّن قيمة للعدد a وقيمة للعدد b بحيث: $u_{2k}\equiv a[7]$ و $u_{2k+1}\equiv b[7]$.

2) أ- برهن أنّه، من أجل كل عدد طبيعي n، $u_{n+2}\equiv u_n[7]$.

ب- برهن بالتراجع أنّه من أجل كل عدد طبيعي k ، $u_{2k}\equiv 2[7]$، ثم استنتج أن: $u_{2k+1}\equiv 3[7]$.

3) نضع من أجل كل عدد طبيعي n، $v_n=u_n-\frac{9}{5}$.

أ- بيّن أن المتتالية (v_n) هندسية، يطلب تعيين أساسها وحدها الأول.

ب- احسب، بدلالة n، كلا من u_n و S_n حيث: $S_n=u_0+u_1+...+u_n$.

تمرين 09: -1-2013

1. n عدد طبيعي . نعتبر العددين الصحيحين α و β ، حيث : $\alpha=2n^3-14n+2$ و $\beta=n+3$

أ - بيّن أنّ: $PGCD(\alpha;\beta)=PGCD(\beta;10)$. (يرمز $PGCD$ إلى القاسم المشترك الأكبر)

ب - ما هي القيّم الممكنة للعدد $PGCD(\alpha;\beta)$ ؟

جـ - عيّن مجموعة قيّم العدد الطبيعي n ، بحيث يكون: $PGCD(\alpha;\beta)=5$.

2. أ - ادرس، حسب قيّم العدد الطبيعي n ، بواقي القسمة الإقليدية للعدد 4^n على 11.

ب - عيّن مجموعة قيّم العدد الطبيعي n التي تحقّق الجملة التالية: $\begin{cases}4^{5n}+4^n+n\equiv 0[11]\\ n\equiv 2[10]\end{cases}$.

تمرين 10: -2-2013

1. أ - عيّن الأعداد الطبيعية n التي تحقّق: $2n+27\equiv 0[n+1]$.

ب - عيّن الثنائيات $(a;b)$ من الأعداد الطبيعية، حيث: $(b-a)(a+b)=24$.

جـ - استنتج طريقة لرسم قطعة مستقيمة طولها $\sqrt{24}$.

2. α و β عددان طبيعيان مكتوبان في النظام ذي الأساس خمسة على الشكل $\alpha=\overline{10141}$ و $\beta=\overline{3403}$

أ - اكتب العددين α و β في النظام العشري.

ب - عيّن الثنائية $(a;b)$ من الأعداد الطبيعية حيث: $\begin{cases}b^2-a^2=24\\ \alpha a-\beta b=9\end{cases}$.

3. أ - عيّن القاسم المشترك الأكبر للعددين 2013 و 1434، ثمّ استنتج القاسم المشترك الأكبر للعددين 671 و 478 .

ب - حل في $\mathbb{Z}^2$ المعادلة ذات المجهول $(x;y)$ التالية: $2013x-1434y=27$.

الحل المفصل على القناة.
Chaine youtube:
Prof-AhmedTrir

تمرين 11: 2014-1-

1) نعتبر المعادلة (E): $2013x-1962y=54$ حيث x و y عددان صحيحان .

أ) احسب $PGCD(2013,1962)$

ب) استنتج أنّ المعادلة (E) تقبل حلولا .

ج) بيّن أنه إذا كانت الثنائية (x,y) حلا للمعادلة (E) فإن: $x\equiv 0[6]$

د) استنتج حلاّ خاصّا (x_0,y_0) حيث $74<x_0<80$ ثم حل المعادلة (E)

2) نرمز بالرمز d إلى القاسم المشترك الأكبر للعددين x و y حيث (x,y) حل للمعادلة (E)

أ) ما هي القيم الممكنة للعدد d؟

ب) عيّن قيم العددين الطبيعيين a و b حيث: $671a-654b=18$ و $PGCD(a,b)=18$

تمرين 12: 2015-1-

1) أ) عيّن حسب قيم العدد الطبيعي n ، باقي القسمة الإقليدية للعدد 2^n على 7.

ب) استنتج باقي القسمة الإقليدية للعدد $\left[1962^{1954}-1954^{1962}+2015^{53}\right]$ على 7.

2) أ) بيّن أنّ 89 عدد أوّلي.

ب) عيّن كل القواسم الطبيعية للعدد 7832.

ج) بيّن أنّ العددين 981 و 977 أوّليان فيما بينهما.

3) x و y عددان طبيعيان غير معدومين قاسماهما المشترك الأكبر هو 2.

عيّن x و y علماً أنّ: $\begin{cases}x^2-y^2=31328\\x-y\equiv 8[22]\end{cases}$.

4) a ، b و c أعداد طبيعية غير معدومة حيث a أوّلي مع b و a أوّلي مع c.

أ) باستعمال مبرهنة بيزو ، برهن أنّ a أوّلي مع $b\times c$.

ب) باستعمال الاستدلال بالتراجع، أثبت أنّه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n، $PGCD\left(a;b^n\right)=1$.

(يُرمز $PGCD$ إلى القاسم المشترك الأكبر.)

ج) استنتج القاسم المشترك الأكبر للعددين 1962^{1954} و 1954^{1962}.

الحل المفصل على القناة.
Chaine youtube:
Prof-AhmedTrir

تمرين 13: -1-2016

(u_n) متتالية هندسية متزايدة تماما، حدودها موجبة تماما، حدّها الأوّل u_0 و أساسها q حيث: $\begin{cases} \ln(u_1)+\ln(u_2)=11 \\ u_1+u_2=e^4(1+e^3) \end{cases}$

1) احسب u_1 و u_2 ثم استنتج قيمة الأساس q .

2) نضع: $u_1=e^4$ و $q=e^3$.

أ) عبّر عن u_n بدلالة n.

ب) نضع : $S_n=\ln(u_0)+\ln(u_1)+\ln(u_2)+...+\ln(u_n)$. احسب S_n بدلالة n.

3) من أجل كل عدد طبيعي n نضع: $a_n=n+3$.

أ) بيّن أنّ : $PGCD(2S_n,a_n)=PGCD(a_n,14)$.

ب) عيّن القيم الممكنة لـ: $PGCD(2S_n,a_n)$.

ج) عيّن قيم الأعداد الطبيعية n التي من أجلها : $PGCD(2S_n,a_n)=7$.

4) ادرس تبعا لقيم العدد الطبيعي n باقي القسمة الإقليدية للعدد 2^n على 7.

5) نضع: $b_n=3na_n-2S_n+1437^{2016}+1$.

عيّن قيم العدد الطبيعي n التي من أجلها يكون : $\begin{cases} b_n\equiv 0[7] \\ n\equiv 0[5] \end{cases}$.

6) بيّن أنّه من أجل كل عدد طبيعي n ، العدد $(1437^{9n+1}-3\times 4^{12n+1}+52)$ يقبل القسمة على 7.

تمرين 14: -2-2016

1) أ) ادرس حسب قيم العدد الطبيعي n، بواقي القسمة الإقليدية لكل من العددين 3^n و 7^n على 11.

ب) برهن أنّه من أجل كل عدد طبيعي n ، العدد $2\times 2016^{5n+4}+1437^{10n+4}$ مضاعف للعدد 11.

2) نعتبر المعادلة (E) ذات المجهول $(x;y)$: $7x-3y=8$ ، حيث x و y عددان طبيعيان.

أ) حلّ المعادلة (E).

ب) d القاسم المشترك الأكبر للعددين x و y حيث الثنائية $(x;y)$ حلا للمعادلة (E) .

– ما هي القيم الممكنة للعدد d ؟

– عيّن الثنائيات $(x;y)$ حلول المعادلة (E) من أجل $d=4$.

ج) جد الثنائيات $(x;y)$ حلول المعادلة (E) التي تحقق: $2016^{7x}+1437^{3y}\equiv 0[11]$.

تمرين 15: -1-2017

1) نعتبر المعادلة : $104x-20y=272.......(E)$ ذات المجهول $(x;y)$ حيث x و y عددان صحيحان .

أ) احسب القاسم المشترك الأكبر للعددين 20 و 104 ثم بيّن أنّ المعادلة (E) تقبل حلولا.

ب) بيّن أنّه إذا كانت الثنائية $(x;y)$ حلا للمعادلة (E) فإنّ $x\equiv 3[5]$ ، ثم استنتج حلول المعادلة (E) .

2) λ عدد طبيعي يكتب $\overline{1\alpha\alpha\beta 01}$ في نظام التعداد الذي أساسه 4 ، ويكتب $\overline{1\alpha\beta 01}$ في نظام التعداد الذي أساسه 6 حيث α و β عددان طبيعيان.

عيّن α و β ، ثم اكتب λ في النظام العشري .

3) تحقق أنّ كلا من 2017 و 1009 عدد أوّلي، ثم عيّن الثنائيات $(a;b)$ من الأعداد الطبيعية التي تحقق:

$2m-d=2017$ حيث $d=PGCD(a;b)$, $m=PPCM(a;b)$

تمرين 16:   2-2017

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرّفة على $\mathbb{N}$ بحدها الأوّل $u_0=1$

ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1}=7u_n+8$.

1) برهن بالتراجع أن: من أجل كل عدد طبيعي n ، $3u_n=7^{n+1}-4$.

2) نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $S_n=1+7+7^2+......+7^n$ و $S'_n=u_0+u_1+\cdots+u_n$.

أ) احسب بدلالة n المجموع S_n ثم جد علاقة بين S_n و S'_n .

ب) استنتج أنّ: من أجل كل عدد طبيعي n ، $18\times S'_n=7^{n+2}-24n-31$.

3) أ) ادرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي قسمة العدد 7^n على 5.

ب) عيّن قيم n الطبيعية حتى يكون S'_n قابلا للقسمة على 5.

تمرين 17:   1-2017   دورة الاستثنائية

نعتبر المعادلة (E) ذات المجهولين الصّحيحين x و y حيث $63x+5y=159\cdots(E)$.

1) تحقّق أنّ العددين 5 و 63 أوّليان فيما بينهما ثمّ بيّن أنّ المعادلة (E) تقبل حلولا.

2) برهن أنّه إذا كانت الثّنائية $(x\,;y)$ حلاّ للمعادلة (E) فإنّ $x\equiv3[5]$ ثمّ استنتج حلول المعادلة (E).

3) λ عدد طبيعي يكتب $\overline{5\alpha0\alpha}$ في نظام التّعداد ذي الأساس 7 ويكتب $\overline{\beta10\beta0}$ في نظام التعداد ذي الأساس 5.

جد العددين الطّبيعيين α و β ثمّ اكتب العدد $\lambda+2$ في النظام العشري.

4) أ) ادرس حسب قيم العدد الطبيعي n ، باقي القسمة الإقليدية للعدد 3^n على 5.

ب) عيّن قيم العدد الطبيعي n حتّى يقبل العدد $3^{x-y}+4n+1438^{2017}$ القسمة على 5، حيث $(x\,;y)$ حلول المعادلة (E) و x عدد طبيعي .

تمرين 18:   2-2017   دورة الاستثنائية

نعتبر المتتالية (u_n) المعرّفة بحدِّها الأوّل u_0 حيث $u_0=0$ ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1}=4u_n+1$

1) أ) بيّن أنّ: من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n=\frac{1}{3}(4^n-1)$.

ب) تحقّق أنّ: من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n العددان الطبيعيان u_n و u_{n+1} أوّليين فيما بينهما.

2) لتكن المتتالية (v_n) المعرّفة كما يلي: من أجل كل عدد طبيعي n ، $v_n=u_n+\frac{1}{3}$.

أ) أثبت أنّ المتتالية (v_n) هندسية يطلب تعيين أساسها q وحدّها الأوّل v_0.

ب) عبّر بدلالة n عن المجموع S_n حيث $S_n=v_0+v_1+v_2+\cdots+v_{3n}$.

3) عيّن من أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم ، القاسم المشترك الأكبر للعددين الطبيعيين 4^n-1 و $4^{n+1}-1$.

4) أ) ادرس حسب قيم العدد الطبيعي n ، باقي القسمة الإقليدية للعدد 4^n على 7.

ب) عيّن قيم العدد الطبيعي n حتّى يقبل العدد A_n المعرّف بـ : $A_n=9S_n-6n-3^{6n+4}$ ، القسمة على 7.

الحل المفصل على القناة.
Chaine youtube:
Prof-AhmedTrir

تمرين 19: -2-2018

1) α و β عددان طبيعيان بحيث: $\begin{cases}\alpha+\beta=4035\\ \alpha-\beta=1\end{cases}$

ـ عيّن العددين α و β، ثم بيّن أنّ العددين $\frac{\alpha}{2}$ و β أوليان فيما بينهما.

2) عيّن كل الثنائيات الصحيحة (x,y) التي تحقق المعادلة : $1009x-2017y=1$

3) عيّن الأعداد الصحيحة a التي تحقق الجملة: $\begin{cases}a\equiv 2019[2017]\\ a\equiv 2019[1009]\end{cases}$.

4) أ) n عدد طبيعي، ادرس تبعا لقيم n بواقي القسمة الاقليدية للعدد 7^n على 9.

ب) L عدد طبيعي يكتب في النظام ذي الأساس 7 كما يلي : $L=\overline{\underbrace{111...1}_{2018\text{ مرة}}}$

ـ عيّن باقي القسمة الاقليدية للعدد $42L$ على 9.

تمرين 20: -1-2019

1) حل المعادلة $505x-673y=1.......(E)$ ذات المجهول $(x;y)$ حيث x و y عددان صحيحان.

(لاحظ أنّ: $2019=3\times 673$ و $2020=4\times 505$)

2) بيّن أنّه من أجل كلّ ثنائية $(x;y)$ حل للمعادلة (E) فإنّ: x و y من نفس الإشارة.

3) نعتبر المتتاليتين (u_n) و (v_n) المعرفتين على $\mathbb{N}$ بـ: $\begin{cases}u_0=3\\ u_{n+1}=u_n+505\end{cases}$ و $\begin{cases}v_0=4\\ v_{n+1}=v_n+673\end{cases}$

– اكتب u_α بدلالة α ثم اكتب v_β بدلالة β حيث α و β عددان طبيعيان.

4) أ) عيّن الحدود المشتركة للمتتاليتين (u_n) و (v_n) ثم بيّن أنّ هذه الحدود المشتركة تشكّل متتالية حسابية (w_n) يطلب تعيين أساسها وحدها الأول.

ب) نضع من أجل كلّ عدد طبيعي n: $X_n=\frac{1}{505}(w_n-2023)$

احسب بدلالة n الجداء $p=X_1.X_2......X_n$

الحل المفصل على القناة.
Chaine youtube:
Prof-AhmedTrir

تمرين 21: -2-2019

(u_n) متتالية عددية حدودها موجبة معرفة بحدها الأول u_1 حيث $u_1 = 0$ ومن أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n،
$u_{n+1} = u_n + 2\sqrt{u_n} + 1$.

1) أ) تحقق أنّه: من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n، $\sqrt{u_{n+1}} - \sqrt{u_n} = 1$

ب) استنتج كتابة الحد العام u_n بدلالة n

2) تحقق أنّه: من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n، $u_n = n(n-2)+1$.

3) عيّن قيم العدد الطبيعي n التي من أجلها: $n-2$ يقسم $n-5$.

4) أ) من أجل كل عدد طبيعي n حيث $n \geq 2$ ، بيّن أنّ: $PGCD(n-2\,;u_n) = 1$.

ب) عيّن قيم العدد الطبيعي n التي من أجلها $(n-2)(n^2+1)$ يقسم $(n-5)u_n$.